REVIEW
GERAK HARMONIS SEDERHANA

Di sekitar kita banyak benda yang bergetar atau berosilasi, misalnya massa yang terikat di ujung pegas, garpu tala, gerigi pada jam mekanis, penggaris elastis yang salah satu ujungnya dijepit di meja, senar gitar atau piano, dll. Laba-laba mendeteksi kedatangan mangsanya melalui getaran yang terjadi pada sarangnya, mobil bergerak naik-turun setelah melewati gundukan tanah, jembatan bergetar jika dilewati truk berat atau angin yang keras. Hal ini terjadi karena hampir seluruh benda padat bersifat elastis. Osilasi listrik terjadi di radio dan televisi. Pada tingkat atomik, atom bergetar di dalam molekul dan atom benda padat bergetar di sekitar posisi setimbangnya.

Getaran dan gejala gelombang memiliki hubungan yang erat. Gelombang – baik gelombang laut, gelombang tali, gempa bumi, atau gelombang suara di udara – bersumber pada getaran. Pada suara, bukan hanya sumbernya saja yang menggunakan prinsip getaran, detektornyapun juga menggunakan prinsip getaran, misalnya gendang telinga dan mikrofon. Demikian juga medium yang dilalui gelombang akan mengalami getaran, seperti udara yang dilewati gelombang suara.

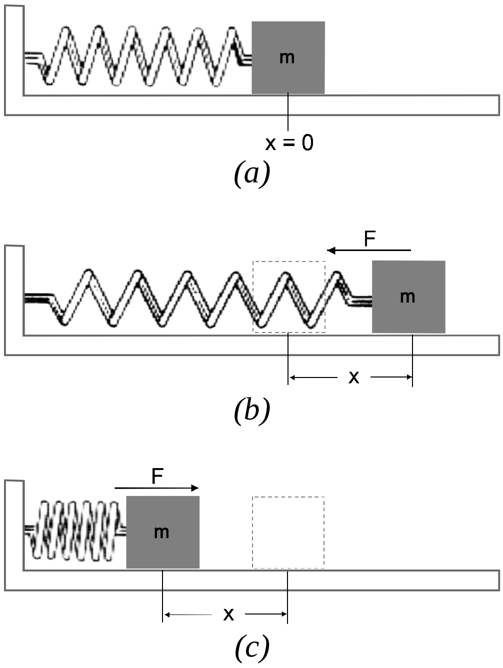
Getaran dan gelombang bukanlah fenomena yang sepenuhnya "baru", karena mereka dapat dijelaskan dengan menggunakan mekanika Newton.

R.1 Osilasi Pegas

Vibrasi, *getaran*, atau *osilasi* adalah gerakan berulang yang dilakukan suatu benda. Gerakan ini bersifat *periodis*. Contoh yang paling sederhana dari gerakan periodis ini adalah gerakan yang terjadi pada massa yang terikat pada ujung sebuah pegas. Contoh ini dipilih untuk dianalisa lebih jauh, karena sifatnya hampir sama dengan jenis-jenis getaran yang lain. Dalam analisa ini, kita asumsikan bahwa massa bergerak pada arah horisontal (lihat gambar R1*a*,*b*,dan *c*), antara massa dan lantai sama sekali tidak terdapat gesekan (lantai licin total). Jika tidak ada gaya yang bekerja pada gaya, maka pegas berada dalam kondisi / panjang normalnya. Dalam keadaan ini posisi massa dinamakan *posisi setimbang*, dimana x = 0 (lihat gambar R.1*a*). Jika massa ditarik ke kanan, pegas akan terregang dan padanya akan timbul gaya F ke arah kiri (gambar R.1*b*). Sebaliknya, jika massa ditarik ke kiri, pegas akan tertekan dan padanya akan timbul gaya ke arah kanan (gambar R.1*c*). Gaya yang timbul pada pegas ini dinamakan *gaya restorasi*, yaitu gaya yang timbul untuk mengembalikan pegas ke kondisi normalnya. Besarnya gaya restorasi ini dalam hukum Hooke dinyatakan berbanding lurus dengan simpangan (perpindahan) ujung pegas (x) :

$$F = - kx \qquad \text{(R.1)}$$

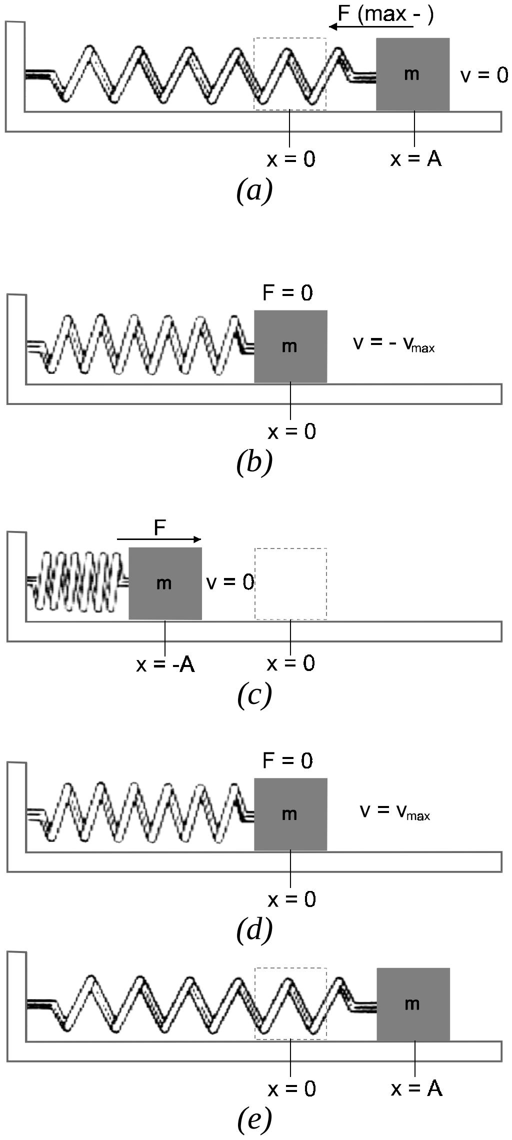
Tanda negatif pada persamaan tersebut menunjukkan bahwa arah gaya restorasi (F) selalu berlawanan dengan arah simpangan (x). Di sini (dan juga untuk selanjutnya), kita menggunakan nilai positif untuk arah kanan dan nilai negatif untuk arah kiri. Dengan demikian, jika massa bergeser ke kanan, simpangannya bernilai positif dan padanya akan bekerja gaya restorasi ke arah kiri (F bernilai negatif). Begitu juga sebaliknya, jika massa bergeser ke kiri (x negatif) maka gaya restorasi F akan mengarah ke kanan (positif).



Gambar R.1
Getaran massa pada ujung pegas

Namun perlu diperhatikan, untuk menggeser massa ke arah kanan, kita harus *memberikan* gaya ke arah kanan sebesar F = +kx. Konstanta pembanding k pada persamaan R.1 di atas dinamakan *konstanta pegas* atau *konstanta gaya*. Semakin besar nilai k, semakin besar pula gaya yang diperlukan untuk menggeser massa pada jarak yang sama. Berarti, semakin keras suatu pegas, makin besar pula nilai k-nya.

Selanjutnya, kita akan menganalisa apa yang akan terjadi jika massa tersebut kita lepaskan dalam kondisi awal terregang sejauh x = A, seperti yang ditunjukkan pada gambar R.2*a*. Pada saat massa dilepas, padanya akan bekerja gaya restorasi yang membawa massa menuju titik setimbang pegas. Namun karena benda memiliki kecepatan pada saat mencapai titik setimbang (gambar R.2*b*), maka berarti massa memiliki energi kinetik yang membuatnya bergerak melewati titik setimbang. Pada saat massa mulai melewati titik setimbang, pegas mulai tertekan. Berarti pada massa mulai bekerja gaya restorasi, yang secara perlahan mengurangi energi kinetik benda. Ketika massa mencapai posisi x = -A (gambar R.2*c*), massa berhenti sesaat karena energi kinetik massa habis dan gaya restorasi pegas bernilai maksimal. Dalam kondisi ini, energi potensial pegas (E = ½ kx^2) juga bernilai maksimal, E = ½ kA^2.



Gambar R.2
Gaya restorasi dan kecepatan pada getaran

Karena di x = -A massa berhenti sesaat sambil menerima gaya restorasi F ke arah kanan, maka dengan segera massa mulai bergerak lagi ke kanan dan mengulangi kronologis gerakan yang telah diuraikan di atas, namun pada arah yang berkebalikan.

Dalam pembahasan getaran, terdapat sejumlah istilah yang perlu didefinisikan. Jarak massa terhadap titik setimbang (x) dinamakan *simpangan*. Simpangan maksimum – jarak terjauh terhadap titik setimbang – dinamakan **amplitudo**, A. Satu *siklus* atau satu *getaran* adalah gerakan yang telah menyelesaikan satu lintasan penuh, misalnya dari A lalu ke –A kemudian kembali ke A lagi. **Periode** ,T, adalah waktu yang dibutuhkan untuk melakukan satu siklus atau satu getaran. **Frekwensi**, f, adalah banyaknya getaran yang terjadi dalam satu satuan waktu.

Untuk frekwensi biasanya digunakan satuan hertz (Hz), dimana 1 Hz = 1 getaran/detik atau 1 Hz .= 1 cycle/detik. Antara periode dan frekwensi terdapat hubungan sebagai berikut :

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{dan} \quad T = \frac{1}{f} \qquad \text{(R.2)}$$

Sebagai contoh, getaran berfrekwensi 5 Hz memiliki periode sebesar 1/5 detik.

Osilasi pegas yang tergantung vertikal pada dasarnya sama dengan osilasi pegas horisontal. Satu-satunya hal yang berbeda adalah pegas yang tergantung vertikal memiliki panjang normal yang lebih besar, karena dalam keadaan normal (setimbang) ia tetap berada di bawah pengaruh gravitasi. Di sini, simpangan x diukur terhadap titik setimbang yang baru dan nilai k dari pegas tersebut sama sekali tidak berubah.

Setiap sistem yang bergetar, yang di dalamnya bekerja gaya restorasi seperti pada persamaan R.1 di atas, disebut melakukan **gerak harmonis sederhana** (GHS). Hampir seluruh benda padat dapat ditekan atau diregangkan sesuai dengan hukum Hooke (persamaan R.1), selama pergeseran yang dihasilkannya tidak terlalu besar. Oleh sebab itu, hampir seluruh getaran alamiah dapat digolongkan pada GHS atau paling tidak menyerupai GHS.

Contoh 1 :

Satu keluarga, terdiri atas 4 orang dengan massa total 200 kg, menaiki mobil yang massanya 1200 kg dan per mobil tertekan sejauh 3 cm. (*a*) berapakah nilai konstanta pegas per mobil (keseluruhan) ? (*b*) Berapa jauh per akan tertekan jika mobil diisi beban bermassa 300 kg ?

Jawab :

(*a*) Naiknya keempat orang tersebut ke dalam mobil akan memberi gaya tekan sebesar (200 kg) .(9.8 m/s^2) = 1960 N, yang menimbulkan pergeseran pada pegas sebesar 3.0 x 10^{-2} m. Dengan menggunakan persamaan R.1 kita dapatkan nilai konstanta pegas :

$$k = \frac{F}{x} = \frac{1960\ \mathrm{N}}{3.0 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}} = 6.5 \times 10^4\ \mathrm{N/m}$$

(*b*) Jika ke dalam mobil dimasukkan beban bermassa 300 kg, maka beban tersebut akan memberikan gaya tekan sebesar (300 kg).(9.8 m/s^2) = 2940 N. Beban tersebut akan menekan pegas sejauh : x = F/k = (2940 N)/(6.5 $\times$ 10^4 N/m) = 4.5 $\times$ 10^{-2} m = 4.5 cm. Pergeseran ini bernilai satu setengah kali nilai pergeseran di soal (*a*), sebanding dengan pertambahan beban.

R.2 Energi pada Gerak Harmonis Sederhana

Untuk meregang atau menekan sebuah pegas, diperlukan energi atau usaha.

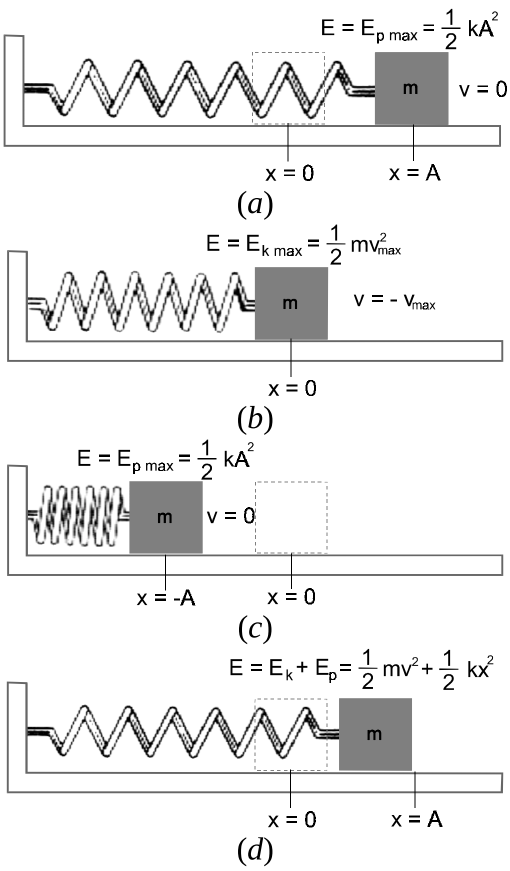
Jadi, peregangan atau penekanan pegas identik dengan pemberian/pemasokan energi pada pegas. Energi yang dimaksud di sini adalah energi potensial pegas :

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 \qquad \text{(R.3)}$$

Sementara itu, ingat kembali bahwa massa yang berada di ujung pegas yang tertekan/terregang memiliki energi mekanik, yang terdiri atas energi potensial dan energi kinetik.

$$E_m = E_p + E_k = \frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} m v^2 \qquad \text{(R.4)}$$

dimana v adalah kecepatan gerak massa m, x adalah jarak massa terhadap titik setimbang. Selama antara massa dan alas tidak terdapat gesekan, energi mekanik ini tidak pernah berkurang (hukum kekekalan energi). Ketika massa berosilasi pada pegas, terjadi konversi (perubahan) energi terus menerus dari energi potensial menjadi energi kinetik, lalu kembali menjadi energi potensial, dan seterusnya (lihat gambar R.3).



Gambar R.3
Perubahan energi potensial menjadi kinetik, dan sebaliknya, pada osilasi pegas.

Di titik-titik ekstrim, yaitu di x = A dan x = -A, seluruh energi mekanik akan menjadi energi potensial, karena di titik-titik tersebut massa akan berhenti untuk sesaat. Jadi :

$$E = \frac{1}{2}m(0)^2 + \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kA^2 \qquad (R.5)$$

Di titik setimbang, x = 0, panjang pegas sama dengan panjang normalnya, sehingga tidak terdapat energi potensial. Berarti di titik setimbang, seluruh energi mekanik telah berubah menjadi energi kinetik. Di titik ini pula massa memiliki kecepatan tertinggi untuk kedua arah arah.

$$E = \frac{1}{2}mv^2_{maks} + \frac{1}{2}k(0)^2 = \frac{1}{2}mv^2_{maks} \qquad (R.6)$$

Di posisi-posisi lain, selain titik ekstrim dan titik setimbang, energi mekanik terdiri atas kombinasi energi potensial dan energi kinetik, seperti yang ditunjukkan oleh persamaan R.4. Substitusi persamaan R.4 ke dalam persamaan R.5 akan menghasilkan hubungan sebagai berikut

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

Modifikasi persamaan untuk mencari v^2 akan menghasilkan

$$v^2 = \frac{k}{m}(A^2 - x^2) = \frac{k}{m}A^2(1 - \frac{x^2}{A^2})$$

Dari persamaan R.5 dan R.6, diperoleh hubungan ½ mv^2_{maks} = ½ kA^2, sehingga v^2_{maks} = (k/m) A^2 atau (k/m) = v^2_{maks}/A^2. Jika ini disubstitusi kedalam persamaan di atas, akan diperoleh

$$v = v_{maks}\sqrt{1 - x^2 / A^2} \qquad (R.7)$$

Dengan persamaan ini kita dapat menghitung kecepatan massa (v) di setiap posisi x.

Contoh 2 :

Sebuah pegas tertarik sejauh 0.150 m jika padanya digantungkan benda bermassa 0.30 kg. Pegas tersebut kemudian ditarik lagi sejauh 0.100 m dari titik setimbangnya, kemudian dilepaskan. Tentukan (*a*) konstanta pegas k, (*b*) kecepatan maksimum v_{maks}, (*c*) kecepatan v, jika benda berjarak 0.050 m dari titik setimbangnya, dan (*d*) percepatan maksimum pada benda.

Jawab :

(*a*) Karena pegas tertarik sejauh 0.150 m jika padanya digantungkan beban bermassa

0.30 kg, maka dengan menggunakan persamaan R.1 kita dapat menghitung k :

$$k = \frac{F}{x} = \frac{(0.30\,\mathrm{kg})(9.8\,\mathrm{m/s^2})}{0.150\,\mathrm{m}} = 19.6\ \mathrm{N/m}$$

(*b*) Kecepatan maksimum dimiliki benda tepat ketika ia melintasi titik setimbang, dimana seluruh energi mekanik akan berbentuk energi kinetik. Dengan menggunakan hukum kekekalan energi, kita dapatkan :

$$\frac{1}{2}mv_{maks}^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

Berarti v_{maks} dapat dicari sebagai berikut :

$$v_{maks} = A\sqrt{\frac{k}{m}} = (0.100\,\mathrm{m})\sqrt{\frac{19.6\ \mathrm{N/m}}{0.30\,\mathrm{kg}}} = 0.81\,\mathrm{m/s}$$

(*c*) Dengan menggunakan persamaan R.7 kita dapatkan :

$$v = v_{maks}\sqrt{1 - x^2 / A^2}$$

$$= (0.81\,\mathrm{m/s})\sqrt{1 - \frac{(0.050\,\mathrm{m})^2}{(0.100\,\mathrm{m})^2}} = 0.70\,\mathrm{m/s}$$

(*d*) Percepatan maksimum timbul pada saat gaya maksimum bekerja pada benda, yaitu ketika benda berada di x = A = 0.100 m. Dengan menggunakan hukum Newton ke dua, F = ma, kita dapatkan :

$$a = \frac{kA}{m} = \frac{(19.6\ \mathrm{N/m})(0.100\,\mathrm{m})}{0.30\,\mathrm{kg}} = 6.5\,\mathrm{m/s^2}$$

R3. Penurunan Persamaan-Persamaan GHS

Untuk menurunkan persamaan-persamaan umum Gerak Harmonis Sederhana, kita bayangkan sebuah benda bermassa m sedang melakukan gerak melingkar beraturan. Besaran-besaran yang terdapat dalam gerak melingkar beraturan antara lain sudut posisi (θ), kecepatan sudut (ω), percepatan sudut (α), periode (T), dan frekwensi (f). *Sudut posisi* analog dengan besaran *posisi* (S) pada Gerak Lurus Beraturan (GLB). *Kecepatan sudut* analog dengan kecepatan linier (v) pada GLB dan *percepatan sudut* analog dengan percepatan linier (a) pada GLB. Analogi gerak melingkar beraturan dengan gerak lurus beraturan juga berlaku pada persamaan-persamaan mereka.

	Gerak Lurus Beraturan	**Gerak Melingkar Beraturan**
Posisi	$S = v.t + S_0$	$\theta = \omega.t + \theta_0$
Kecepatan	$v = dS/dt$	$\omega = d\theta/dt$

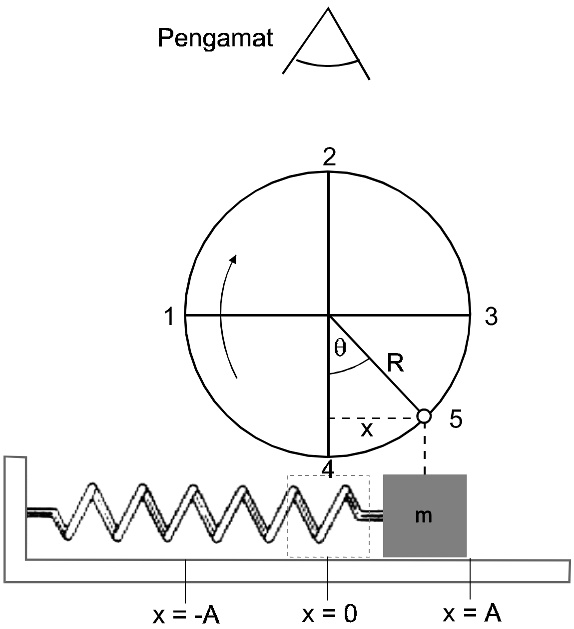
Besaran *periode* (T), yaitu waktu yang diperlukan untuk menempuh satu putaran penuh ($\Delta\theta = S - S_0 = 2\pi$), hanya terdapat pada gerak melingkar beraturan.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad \text{atau} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Frekwensi (f) adalah jumlah putaran yang terjadi dalam satu satuan waktu. Karena antara periode dan frekwensi terdapat hubungan T = 1/f, maka

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \qquad \text{(R.8)}$$

Selanjutnya kita mengamati benda yang sedang melakukan gerak melingkar beraturan tersebut dari samping. Dari samping, benda tersebut terlihat seolah-olah sedang melakukan gerak harmonis sederhana. Atas dasar ini, kita dapat menurunkan persamaan simpangan untuk GHS.



Gambar R.3
Benda bergerak melingkar beraturan yang diamati dari samping
akan terlihat seperti sedang melakukan gerak harmonis sederhana

Menurut pengamat yang berada di samping, benda yang sedang ber-GMB (Gerak Melingkar Beraturan) terlihat seolah-olah bergerak harmonis antara titik-1 dan titik-3. Titik-2 dan titik-4 akan terlihat sebagai titik setimbang, sementara titik-1 dan titik-3 adalah posisi terjauh yang dapat dicapai benda yang sedang ber-'getar' tersebut, yang proyeksinya berjarak R = A terhadap titik setimbang. Jika suatu saat benda berada di titik-5, maka jarak proyeksinya terhadap titik setimbang adalah x, dimana

$$x = R \sin \theta$$

Karena R = A dan $\theta = \omega.t + \theta_0$, maka

$$x = A \sin (\omega.t + \theta_0)$$

Jika getaran terjadi pada arah vertikal, seringkali persamaan ditulis sebagai berikut :

$$y = A \sin (\omega.t + \theta_0)$$

$$y = A \sin (2\pi\, t\, /T + \theta_0) \qquad \text{(R.9)}$$

$$y = A \sin (2\pi\, f\, t + \theta_0)$$

Persamaan R.9 tersebut merupakan persamaan umum untuk GHM. Kecepatan getar (v_g) benda yang sedang ber-GHM dapat dicari sebagai berikut :

$$v = dy/dt = A\omega \cos(\omega.t + \theta_0) \qquad \text{(R.10)}$$

Dari persamaan R.10 di atas, kita dapat mencari kecepatan getar maksimum, yang akan diperoleh ketika faktor $\cos(\omega.t + \theta_0)$ bernilai $\pm$ 1 (tanda $\pm$ menunjukkan arah) :

$$v_{max} = \pm A\omega \qquad \text{(R.11)}$$

Dengan menggabungkan persamaan R.11 dan persamaan pada jawaban b di contoh 2 di atas, kita dapatkan :

$$A\sqrt{\frac{k}{m}} = A\omega$$

$$\sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{atau} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad \text{(R.12)}$$

Kitapun dapat mencari persamaan percepatan getar benda yang ber-GHS, sbb. :

$$a = dv/dt = -A\omega^2 \sin (\omega.t + \theta_0) \qquad \text{(R.13a)}$$

atau

$$a = -\omega^2 y \qquad \text{(R.13b)}$$

Perhatikan tanda negatif pada persamaan R.13b, yang menunjukkan bahwa arah percepatan selalu berlawanan dengan arah simpangan.

Dari persamaan R.13a, kita dapatkan *nilai* percepatan maksimum :

$$a_{max} = A\omega^2 \qquad \text{(R.14)}$$

SOAL-SOAL

1. Sebuah benda bergetar pada pegas dengan persamaan $y = 25 \sin 20 \pi t$, dengan satuan mks. Massa benda tersebut 0.2 kg.
   a. Hitung simpangan benda pada saat t = 0.22 detik.
   b. Buat persamaan kecepatan getar dan percepatan getar benda.
   c. Tentukan periode dan frekwensi getaran.
   d. Hitung nilai konstanta pegas.
   e. Hitung energi mekanik benda di atas.
   f. Hitung energi potensial dan energi kinetik benda pada saat t =0.22 detik

2. Sebuah benda (m = 0,1 kg) melakukan getaran harmonis dengan persamaan $Y = 0{,}05 \cos (4\pi.t)$. Suatu saat energi kinetik benda besarnya dua kali energi potensialnya.
   a. Tentukan fasa saat itu.
   b. Tentukan kecepatan dan percepatan benda pada saat itu.
   c. Tentukan posisinya pada saat itu.

3. Sebuah benda bergetar harmonis dengan fungsi percepatan : $a = 3 \sin 4t$ (m/s^2). Hitung kecepatan getar maksimum benda tersebut.

4. Hitunglah kecepatan getar maksimum suatu benda yang bergetar dengan amplitudo 5 cm dan frekwensi 100 Hz.

5. (*a*) Buat persamaan untuk menggambarkan gerakan suatu pegas yang mula-mula ditarik 20 cm dari titik setimbangnya lalu dilepas, sehingga ia berosilasi dengan periode 1.5 detik. (*b*) Berapa simpangannya pada t = 1.8 detik ?

6. Sebuah karet memiliki panjang 45 cm jika padanya digantungkan beban 8 N dan panjangnya akan menjadi 58 cm jika beban dijadikan 12.5 N. Hitung konstanta "pegas " karet tersebut.

7. Seseorang (m = 70 kg) melompat keluar jendela dan mendarat pada sebuah jaring

pemadam kebakaran, yang berada 15 m di bawahnya. Ketika orang tersebut mendarat, jaring tertekan sejauh 1.2 m. (*a*) Dengan mengasumsikan jaring tersebut sebagai pegas biasa, hitung berapa jauh jaring tertekan pada saat orang tersebut berbaring di atasnya. (*b*) Berapa jauh jaring tertekan jika orang tersebut melompat dari ketinggian 30 m ?

8. Sebuah benda bermassa 1 kg bergetar sesuai dengan persamaan :

$$x = 0.42 \cos 7.40\, t$$

dimana seluruh besaran menggunakan satuan mks. Tentukan :

(*a*) amplitudo

(*b*) frekwensi dan periode

(*c*) energi total

(*d*) simpangan pada t = 0.5 detik

(e) saat-saat dimana benda melintasi titik setimbang

(f) persamaan kecepatan getaran

(g) persamaan percepatan getaran

(h) kecepatan maksimum

(i) percepatan maksimum